

Практическая работа № 5
Вычисление производных и дифференциалов высших порядков.

Цель: Проверить навыки нахождения производных высших порядков, правило Лопиталю.

Задания

1. Для данной функции y и аргумента x_0 вычислить $y'''(x_0)$.

1.1. $y = \sin^2 x, x_0 = \frac{\pi}{2}$;

1.2. $y = \operatorname{arctg} x, x_0 = 1$;

1.3. $y = \ln(2 + x^2), x_0 = 0$;

1.4. $y = e^x \cdot \cos x, x_0 = 0$;

1.5. $y = e^x \cdot \sin 2x, x_0 = 0$;

1.6. $y = e^{-x} \cdot \cos x, x_0 = 0$;

1.7. $y = e^x \cdot \sin 2x, x_0 = \pi$;

1.8. $y = (2x + 1)^5, x_0 = 1$;

1.9. $y = \ln(1 + x), x_0 = 2$;

1.10. $y = \frac{1}{2} - x^2 e^x, x_0 = 0$;

2. Найти указанные пределы, используя правило Лопиталю

2.1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$;

2.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a^{\ln x} - x}{x - 1}$;

2.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$;

2.4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right)}{1 - x^2}$;

2.5. $\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a)$;

2.6. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$;

2.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(a^{\frac{1}{x}} - 1 \right) x$;

2.8. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$;

2.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x_2}{x^2 - \sin x^2}$;

2.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}$;

3. Найти указанные пределы, используя правило Лопиталю

3.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}$;

3.2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin\left(\frac{a}{x}\right)$;

3.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1)$;

3.4. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$;

3.5. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right)$;

3.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x} \right)$;

3.7. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$;

3.8. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)$;

3.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3} \right)$;

3.10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2a}} \left(\frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2} \right)$;

Контрольные вопросы

1. Дайте определение дифференцируемости функции в точке x_0 .
2. Дайте определение второй производной функции $y = f(x)$.
3. Дайте определение n -й производной функции $y = f(x)$.
4. Сформулируйте правило Лопиталю.